کاربرد لگاریتم در حل مسائل شیمی

حسین میرزایی
معلم ریاضی پلدختر
سیدمحمد حسینی
دانشجوی دکترای شیمی تجزیه و معلم شیمی پلدختر

چکیده
اختراع لگاریتم در دنیا، رویدادی شگفت‌انگیز بوده است. هیچ یک از کارهای پژوهشی قبلی به کشف لگاریتم کمک نکرده یا ورود آن را پیش‌بینی نکرده بود. لگاریتم بی‌آنکه از کارهای دیگر اندیشمندان بهره گیرد، یا مسیرهای شناخته شده تفکر ریاضی را دنبال کند، به تنهایی و به‌صورت ناگهانی افکار انسان را متوجه خود ساخت. برای لگاریتم کاربردهای فراوانی وجود دارد اما باید گفت یکی از پرکاربردترین علومی که از لگاریتم استفاده می‌کند، شیمی تجزیه است.

کلیدواژه‌ها: لگاریتم، عرصه دانش، تفکر ریاضی، شیمی تجزیه

مقدمه
در بیان ارزش علم ریاضیات اشاره به این جملهٔ به یادماندنی **لئوناردو داوینچی** خالی از لطف نیست: «هیچ دانسته بشری را نمی‌توان علم نامید، مگر اینکه از راه ریاضیات توضیح داده و اثبات شود».

نظریه‌های ریاضی با کشف آن‌ها هستی می‌یابند اما دیر یا زود کاربرد خود را در زندگی و دیگر دانش‌ها پیدا می‌کنند. شاید در حدود چهار قرن پیش کسی فکر نمی‌کرد لگاریتم که در نتیجهٔ نیاز به محاسبات علمی کشف شده است در آینده کاربردهای وسیعی پیدا کند به‌طوری که **لاپلاس** در این زمینه چنین می‌گوید:

«لگاریتم طول زندگی ستاره‌شناسان را چند برابر و طول محاسبات را کم کرده است».

لگاریتم از واژهٔ یونانی **لوگوس** به معنای نسبت، و **ارتیوس** به معنای عدد گرفته شده است.

بحث
بی‌تردید هیچ علمی به اندازهٔ شیمی تجزیه از لگاریتم استفاده نمی‌کند. از جمله می‌توان از لگاریتم در اندازه‌گیری pH، pK_a، pK_b و p_c (c: غلظت گونه) و... اشاره کرد.

فرایند لگاریتم‌گیری درک و تجزیه و تحلیل عددها و رسم نمودارهای آماری را آسان‌تر می‌کند و باعث می‌شود که کار با عددهای بسیار بزرگ یا بسیار کوچک، محدودتر و قابل دسترس‌تر شود.

در این مقاله برای بیان چندین کاربرد لگاریتم در شیمی به تشریح توابعی مانند pH، pK_a و مسائل مربوط به آن خواهیم پرداخت. در پرسش‌های مربوط به تابع‌های اشاره شده، مانند گذشته مقادیر لگاریتم‌هایی که روند نیستند در اختیار دانش‌آموزان قرار نمی‌گیرد زیرا در درس ریاضیات، اصول محاسبات را می‌آموزند پس انتظار می‌رود بتوانند به‌خوبی عمل لگاریتم‌گیری را انجام دهند.

pH معیاری برای تعیین میزان اسیدی یا قلیایی بودن یک محلول است که برای محاسبه آن از این رابطه لگاریتمی استفاده می‌شود:

$$pH=-\log_{10}[H_3O^+]$$

به عبارتی برای محاسبه pH باید از غلظت مولی یون هیدرونیوم، لگاریتم گرفته شود.

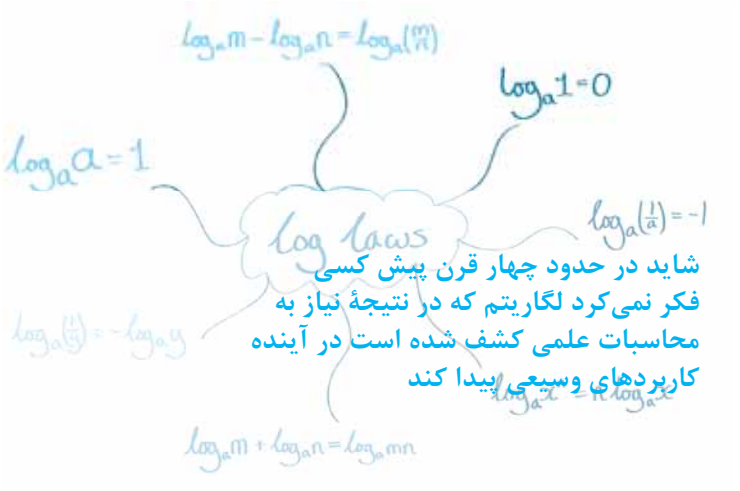
با توجه به اینکه pH در دمای $25\ ^oC$ در گسترهٔ صفر تا ۱۴ تغییر می‌کند، پس محدودهٔ غلظتی یون هیدرونیوم از ۱ تا 10^{-14} مولار متغیر است. اگر به گستره غلظتی یون هیدرونیوم و عددهای بسیار کوچک آن دقت کنیم، به‌خوبی ارزش فرایند لگاریتم‌گیری را برای محدود کردن این گسترهٔ غلظتی وسیع، درک خواهیم کرد.

بی‌شک محاسبه لگاریتمی بسیاری از عددها، بدون ماشین حساب برای ما امکان‌پذیر نیست اما پرسش‌های مربوط به توابع لگاریتمی در درس شیمی، به‌گونه‌ای طراحی می‌شوند که با دانستن لگاریتم دو عدد ۲ و ۳ ($\log_{10}2=0/3$ و $\log_{10}3=0/47$) و با استفاده از قواعد لگاریتم‌گیری، محاسبات به سادگی انجام گیرد.

از سوی دیگر، بنا به قاعدهٔ لگاریتمی $\log_{10}x=a$، می‌توان برای محاسبه تابع X چنین نوشت: $x=10^a$

پس با داشتن pH برای محاسبه غلظت مولی یون هیدرونیوم خواهیم داشت:

$$[H_3O^+]=10^{-pH}$$



برای درک بهتر موضوع به بررسی و حل چند نمونه می‌پردازیم:

نمونهٔ ۱

غلظت یون هیدرونیوم در محلولی حاوی اسید HCl، برابر ۲×۱۰^{-۳} M است. pH این محلول را به‌دست آورید.

پاسخ

باتوجه به اینکه غلظت یون هیدرونیوم به‌صورت عدد ۲×۱۰^{-۳} آمده است و بین دو عدد ۲ و $۱۰^{-۳}$ علامت ضرب قرار دارد، بنا به قواعد لگاریتم‌گیری- که در لگاریتم، جمع به ضرب تبدیل می‌شود- می‌توان نوشت:

$$pH=-\log_{۱۰} ۲\times ۱۰^{-۳}=-(\log_{۱۰} ۲+\log_{۱۰} ۱۰^{-۳})$$

بنا بر نکتهٔ گفته شده، می‌دانیم که لگاریتم عدد ۲ برابر با ۰/۳ و همچنین لگاریتم عدد روند $۱۰^{-۳}$ برابر (۳-) است پس:

$$pH = -(\frac{۳}{۱۰} - ۳) = -(-\frac{۲۷}{۱۰}) = ۲/۷$$

نمونهٔ ۲

غلظت یون هیدرونیوم در محلول اسید HBr برابر ۵×۱۰^{-۲} M است. pH این محلول را بیابید.

پاسخ

برای محاسبه لگاریتم عدد ۵، می‌توان آن را به‌صورت $\log_{۱۰} \frac{۱۰}{۲}$ نوشت.

بنابر قواعد لگاریتم- که تقسیم به تفریق تبدیل می‌شود- خواهیم داشت:

$$pH = -\log_{۱۰} ۵\times ۱۰^{-۲} = -(\log_{۱۰} ۵ + \log_{۱۰} ۱۰^{-۲}) = -(\log_{۱۰} \frac{۱۰}{۲} + \log_{۱۰} ۱۰^{-۲})$$

$$= -(\log_{۱۰} ۱۰ - \log_{۱۰} ۲ - ۲\log_{۱۰} ۱۰) = -(۱ - ۰/۳ - ۲) = -(-۱/۳) = ۱/۳$$

نمونهٔ ۳

pH یک محلول HCl برابر ۲/۷ است. غلظت یون هیدرونیوم را در این محلول را به‌دست آورید.

پاسخ

بنابر رابطه لگاریتمی داریم: $[H_۳O^+]=۱۰^{-pH}$ می‌توان نوشت:

$$[H_۳O^+]=۱۰^{-۲/۷}$$

ظاهر این عدد به‌گونه‌ای است که ممکن است تصور شود فقط با ماشین حساب قابل محاسبه است حال آنکه با دانستن لگاریتم عدد ۲ و یک قاعده لگاریتمی می‌توان آن را بدون ماشین حساب، به‌دست آورد. این قاعده لگاریتمی، به این قرار است:

$۱۰\log_{۱۰}^{a}$ ، برابر با عدد a است، بنابراین به‌جای عدد (۲/۷-)، عبارت جایگزین (۰/۳+ ۳-) را می‌نویسیم:

$$[H_۳O^+] = ۱۰^{-۲/۷} = ۱۰^{(-۳+۰/۳)} = (۱۰^{-۳}) \times (۱۰^{۰/۳}) = (۱۰^{-۳}) \times ۱۰^{\log ۲}$$
$$= ۱۰^{-۳} \times ۲ = ۰/۰۰۲ M$$

نمونهٔ ۴

در یک محلول بافری با pH =۳/۷۶ و pK_a =٤/۷٦، غلظت A^- در محلول، چند برابر غلظت اسید HA است؟

پاسخ

برای محاسبه pH یک محلول بافر چنین داریم:

$$pH = pK_a + \log \frac{[A^-]}{[HA]}$$

$$۳/۷٦ = ٤/۷٦ + \log_{۱۰} \frac{[A^-]}{[HA]} \rightarrow -۱ = \log_{۱۰} \frac{[A^-]}{[HA]}$$

اگر نسبت $\frac{[A^-]}{[HA]}$ را برابر x در نظر بگیریم:

$$-۱ = \log_{۱۰} x \rightarrow x = ۱۰^{-۱} = \frac{۱}{۱۰} \rightarrow x = \frac{[A^-]}{[HA]} = \frac{۱}{۱۰}$$

یعنی $[A^-]$ برابر $\frac{۱}{۱۰}$ غلظت اسید HA است.

نتیجه‌گیری

لگاریتم می‌تواند درک و تفسیر داده‌ها را در شیمی آسان‌تر کند و از طرفی با توجه به اینکه در آموزش ریاضیات دبیرستان تأکید زیادی به یادگیری اصول و قواعد آن شده است با کاربرد آن در علوم شیمی و فیزیک دوران متوسطه، می‌توانیم درک و یادگیری آن‌را برای دانش‌آموزان جذاب‌تر کنیم. در همین جریان دانش‌آموزان درمی‌یابند که ریاضیات در توسعه علوم مختلف چه نقش حیاتی و کلیدی دارد.

*** منابع**

۱. شورای دفتر تألیف گروه شیمی، شیمی ۳ و آزمایشگاه، شرکت چاپ نشر کتب درسی، ۱۳۹۱.
۲. تصاعد و لگاریتم تألیف عبدالحسین مصحفی، انتشارات فاطمی، چاپ چهاردهم، ۱۳۹۰.
۳. کتب سال دوم و چهارم تجربی، چاپ نشر کتب درسی متوسطه دوم.
٤. مسائل اساسی ریاضی، نویسنده الیوت مندلسون، مترجم عادل ارشقی، نشر نی ۱۳۷٤.
۵. تاریخ ریاضیات تألیف زنده‌یاد شهریاری، انتشارات فاطمی، چاپ ۸۵.